

Théorie de la synchronisation - Equation de Duffing

Etude du régime transitoire - Oscillateur en retard sur l'excitation

Caractéristiques du système

$$T := 0.2 \cdot s \quad \omega_0 := \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad J := 8 \cdot 10^{-7} \cdot kg \cdot m^2 \quad q_0 := 270 \cdot deg$$

Frottement visqueux

$$\eta := 0.002 \quad C := 2 \cdot J \cdot \eta \cdot \omega_0 \quad F_{v_max} := C \cdot \omega_0 \cdot q_0 \quad \lambda := \frac{F_{v_max}}{J \cdot \omega_0^2} \quad h := 2 \cdot \frac{\eta}{\lambda}$$

$$F_{v_max} = 0.015 N \cdot mm \quad \lambda = 0.019 \quad h = 0.212$$

Frottement quadratique

$$B := 0.05 \cdot F_{v_max} \quad \beta_1 := \frac{B}{\lambda \cdot J \cdot \omega_0^2} \quad \beta_1 = 0.05 \quad F_{q_max} := B \cdot q_0^3 \quad F_{q_max} = 0.078 N \cdot mm$$

Régimes transitoires vers un foyer attractif

Excitation harmonique

$$A_c := \frac{8 \cdot h^3}{3 \sqrt{3}} \quad A_c = 0.015 \quad \boxed{A := 2 \cdot A_c} \quad A = 0.029$$

$$a_1 := \sqrt{\frac{4 \cdot A}{3 \cdot \beta_1}} \quad F_{harm} := a_1 \cdot (\lambda \cdot J \cdot \omega_0^2) \quad F_{harm} = 1.318 \times 10^{-5} N \cdot m$$

$$n := 500 \quad i := 0..n \quad x_0 := 0 \quad x_1 := 2 \cdot \pi \quad \Delta x := \frac{x_1 - x_0}{n} \quad x_i := x_0 + i \cdot \Delta x$$

$$Y_i := \frac{a_1}{h} \cdot \sin(x_i) \cdot (0 < x_i < \pi) \quad \varepsilon := (-h) \cdot 0.1 \quad \sqrt{3} = 1.732 \quad \boxed{\varepsilon = -0.021}$$

$$X := \left[\begin{array}{l} \text{for } i \in 0..n \\ \left| \begin{array}{l} Z \leftarrow \text{polyracines} \left(\left(-a_1 \cdot \cos(x_i) \quad \varepsilon \quad 0 \quad \frac{-3}{4} \cdot \beta_1 \right)^T \right) \\ \text{for } j \in 0..2 \\ X_{i,j} \leftarrow Z_j \cdot (Im(Z_j) = 0) \cdot (Re(Z_j) > 0) \end{array} \right. \\ X \end{array} \right]$$

$$v := \left(-A \quad \varepsilon^2 + h^2 \quad -2 \cdot \varepsilon \quad 1 \right)^T \quad Z := \text{polyracines}(v) \quad y_s := \sqrt{\frac{4 \cdot Z}{3 \cdot \beta_1}} \quad x_s := \arccos \left[\frac{1}{a_1} \cdot \left(\varepsilon \cdot y_s - \frac{3}{4} \cdot \beta_1 \cdot y_s^3 \right) \right]$$

$$\frac{Z}{h} = \begin{pmatrix} -0.687 + 1.467i \\ -0.687 - 1.467i \\ 1.174 \end{pmatrix} \quad y_s = \begin{pmatrix} 1.624 + 2.555i \\ 1.624 - 2.555i \\ 2.577 \end{pmatrix} \quad x_s = \begin{pmatrix} 0.333 + 0.609i \\ 0.333 - 0.609i \\ 2.476 \end{pmatrix}$$

$$Y_0 := \begin{pmatrix} 2.5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad D(t, Y) := \begin{pmatrix} \left(\frac{-h}{2} \cdot Y_0 + \frac{a_1}{2} \cdot \sin(Y_1) \right) \lambda \\ \lambda \cdot \left[\frac{-\varepsilon}{2} + \frac{3}{8} \cdot \beta_1 \cdot (Y_0)^2 + \frac{a_1}{2 \cdot Y_0} \cdot \cos(Y_1) \right] \end{pmatrix}$$

$t_f := 4000$	$S1 := rkfixe(Y0, 0, t_f, n, D)$	$S1^{(2)} := mod(S1^{(2)}, 2 \cdot \pi)$
$Y0 := \begin{pmatrix} 1.5 \\ 0 \end{pmatrix}$	$S2 := rkfixe(Y0, 0, t_f, n, D)$	$S2^{(2)} := mod(S2^{(2)}, 2 \cdot \pi)$
$Y0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$	$S3 := rkfixe(Y0, 0, t_f, n, D)$	$S3^{(2)} := mod(S3^{(2)}, 2 \cdot \pi)$
$Y0 := \begin{pmatrix} 3.5 \\ 3 \end{pmatrix}$	$S4 := rkfixe(Y0, 0, t_f, n, D)$	$S4^{(2)} := mod(S4^{(2)}, 2 \cdot \pi)$

